سلیبس ریاضی نہم سائنس گروپ

	اپریل	مئی/جون (جزوی)	(جزوی) اگست/ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر	جنوری	فروری	مارچ
جنرل ریاضی	یونٹ نمبر: 1 قالب اور قالبوں کا مقطع ٹیکسٹ بک صفحہ 1 تا 36	یونٹ نمبر: 2 - 3 حقیقی اور غیر حقیقی (کمپلیکس) اعداد اور لوگارتھم ٹیکسٹ بک صفحہ 37 تا 88	یونٹ نمبر: 4-6 الجبری جملے اور الجبری کلیے تا الجبری جملوں کا ذو اضعاف اقل، عاد اعظم اور جذر المربع ٹیکسٹ بک صفحہ 89 تا 156	یونٹ نمبر: 7-8 یک درجی مساواتیں اور غیر مساواتیں اور خطی یالائن (لینئر) گراف اور اس کے مستعملات ٹیکسٹ بک صفحہ 157 تا 201	یونٹ نمبر: 9 - 10 کوآرڈینیٹ جیومیٹری کا تعارف اور متماثل مثلثان ٹیکسٹ بک صفحہ 202 تا 236	یونٹ نمبر: 11 - 14 متوازی الاضلاع اور تکونی اشکال تا نسبت اور تناسب ٹیکسٹ بک صفحہ 237 تا 284	یونٹ نمبر: 15 - 17 مسئلہ فیثا غورث تا عملی جیومیٹری۔ مثلثیں ٹیکسٹ بک صفحہ 285 تا 318	مکمل نصاب کا اعادہ	ایضاً
ریاضی (سائنس گروپ)	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 5 تا 61	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 62 تا 115	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 116 تا 210	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 211 تا 266	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 267 تا 306	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 307 تا 374	ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 375 تا 432	ایضاً	ایضاً

فہرست

الجبری جملوں کا ذواضعاف اقل، عاد اعظم اور جذر المربع

ALGEBRAIC MANIPULATION

الجبری جملوں کا عاد اعظم:

اگر دو یا دو سے زیادہ الجبری جملے دیے گئے ہوں تو ان کے مشترک اجزائے ضربی کی بڑی سے بڑی قوت کو دیے ہوئے جملوں کا عاد اعظم کہا جاتا ہے۔

عاد اعظم معلوم کرنا:

عاد اعظم معلوم کرنے کے دو طریقے ہیں۔ (i) بذریعہ تجزی (ii) بذریعہ تقسیم

الجبری جملوں کا ذواضعاف اقل:

ایک الجبری جملہ $p(x)$ اگر دیے ہوئے دو یا دو سے زیادہ جملوں سے پورا پورا تقسیم ہوتا ہو اور ان کے مشترک اور غیر مشترک اجزائے ضربی کا چھوٹے سے چھوٹا حاصل ضرب ہو تو $p(x)$ ان جملوں کا ذواضعاف اقل کہلاتا ہے۔

ذواضعاف اقل معلوم کرنا:

ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے دو طریقے ہیں۔ (i) بذریعہ تجزی (ii) بذریعہ تقسیم

اہم کلیات:

اگر $p(x)$ اور $q(x)$ دو الجبری جملے ہوں تو

عاد اعظم × ذواضعاف اقل = $p(x) \times q(x)$

ذواضعاف اقل = $\dfrac{p(x) \times q(x)}{\text{عاد اعظم}}$

عاد اعظم = $\dfrac{p(x) \times q(x)}{\text{ذواضعاف اقل}}$

حل مشق 6.1

1۔ مندرجہ ذیل جملوں کا عاد اعظم معلوم کیجیے۔

(i) $39x^7y^3z\ ,\ 91x^5y^6z^7$

حل:

$39x^7y^3z = 13 \times 3 \times x^7y^3z$

$91x^5y^6z^7 = 13 \times 7 \times x^5y^6z^7$

عاد اعظم $= 13x^5y^3z$

(ii) $102xy^2z,\ 85x^2yz\ ,\ 187xyz^2$

حل:

$102xy^2z = 17 \times 6 \times xy^2z$

$85x^2yz = 17 \times 5 \times x^2yz$

$187xyz^2 = 17 \times 11 \times x^2yz$

عاد اعظم $= 17xyz$

2۔ مندرجہ ذیل جملوں کا عاداعظم بذریعہ تجزی معلوم کریں۔

(i) $x^2+5x+6,\ x^2-4x-12$

حل:

$x^2+5x+6 = x^2+3x+2x+6$
$= x(x+3)+2(x+3)$
$= (x+2)(x+3)$

$x^2-4x-12 = x^2-6x+2x-12$
$= x(x-6)+2(x-6)$
$= (x-6)(x+2)$

عاداعظم $= (x+2)$

(ii) $x^3-27,\ x^2+6x-27,\ 2x^2-18$

حل:

$x^3-27 = (x)^3-(3)^3$
$= (x-3)\left[(x)^2+(x)(3)+(3)^2\right]$
$= (x-3)(x^2+3x+9)$

$x^2+6x-27 = x^2+9x-3x-27$
$= x(x+9)-3(x+9)$
$= (x+9)(x-3)$

$2x^2-18 = 2(x^2-9)$
$= 2\left[(x)^2-(3)^2\right]$
$= 2(x-3)(x+3)$

عاداعظم $= (x-3)$

(iii) $x^3-2x^2+x,\ x^2+2x-3,\ x^2+3x-4$

حل:

$x^3-2x^2+x = x\left[x^2-2x+1\right]$
$= x\left[(x)^2-2(x)(1)+(1)^2\right]$
$= x(x-1)^2$
$= x(x-1)(x-1)$

$x^2+2x-3 = x^2+3x-x-3$
$= x(x+3)-1(x+3)$
$= (x+3)(x-1)$

$x^2+3x-4 = x^2+4x-x-4$
$= x(x+4)-1(x+4)$
$= (x+4)(x-1)$

عاداعظم $= (x-1)$

(iv) $18(x^3-9x^2+8x),\ 24(x^2-3x+2)$

حل:

$18(x^3-9x^2+8x)$
$= 18x\left[x^2-9x+8\right]$
$= 18x\left[x^2-8x-x+8\right]$
$= 18x\left[x(x-8)-1(x-8)\right]$
$= 18x(x-8)(x-1)$

$24(x^2-3x+2) = 24\left[x^2-2x-x+2\right]$
$= 24\left[x(x-2)-1(x-2)\right]$
$= 24(x-2)(x-1)$

عاداعظم $= 6(x-1)$

(v) $36(3x^4+5x^3-2x^2),\ 54(27x^4-x)$

حل:

$36(3x^4+5x^3-2x^2) = 36x^2\left[3x^2+5x-2\right]$
$= 36x^2\left[3x^2+6x-x-2\right]$
$= 36x^2\left[3x(x+2)-1(x+2)\right]$
$= 36x^2(x+2)(3x-1)$

$54(27x^4-x) = 54x\left[27x^3-1\right]$
$= 54x\left[(3x)^3-(1)^3\right]$
$= 54x(3x-1)\left[(3x)^2+(3x)(1)+(1)^2\right]$

$= 54x(3x-1)(9x^2+3x+1)$

عاداعظم $= 18x(3x-1)$

3۔ مندرجہ ذیل کا بذریعہ تقسیم عاداعظم معلوم کریں

(i) $x^3+3x^2-16x+12,\ x^3+x^2-10x+8$

حل:

$$\begin{array}{r} 1 \\ x^3+x^2-10x+8\overline{)\ x^3+3x^2-16x+12} \\ \underline{\pm x^3 \pm x^2 \mp 10x \pm 8} \\ 2x^2-6x+4 \\ 2(x^2-3x+2) \end{array}$$

پس '2' کو نظرانداز کرنے سے

$$\begin{array}{r} x+4 \\ x^2-3x+2\overline{)\ x^3+x^2-10x+8} \\ \underline{\pm x^3 \mp 3x^2 \pm 2x} \\ 4x^2-12x+8 \\ \underline{\pm 4x^2 \mp 12x \pm 8} \\ 0 \end{array}$$

پس عاداعظم $= x^2-3x+2$

(ii) $x^4+x^3-2x^2+x-3,\ 5x^3+3x^2-17x+6$

حل:

$$\begin{array}{r} x+2 \\ 5x^3+3x^2-17x+6\overline{)\ x^4+x^3-2x^2+x-3} \\ \times 5 \\ \hline 5x^4+5x^3-10x^2+5x-15 \\ \underline{\pm 5x^4 \pm 3x^3 \mp 17x^2 \pm 6x} \\ 2x^3+7x^2-x-15 \\ \times 5 \\ \hline 10x^3+35x^2-5x-75 \\ \underline{\pm 10x^3 \pm 6x^2 \mp 34x \pm 12} \\ 29x^2+29x-87 \\ 29(x^2+x-3) \end{array}$$

پس '29' کو نظرانداز کرنے سے

$$\begin{array}{r} 5x-2 \\ x^2+x-3\overline{)\ 5x^3+3x^2-17x+6} \\ \underline{\pm 5x^3 \pm 5x^2 \mp 15x} \\ -2x^2-2x+6 \\ \underline{\mp 2x^2 \mp 2x \pm 6} \\ 0 \end{array}$$

پس عاداعظم $= x^2+x-3$

(iii) $2x^5 - 4x^4 - 6x \,,\, x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2$

حل:

$$x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 \overline{\big)\, 2x^5 - 4x^4 - 6x} \quad \text{quotient: } 2$$

$$\pm 2x^5 \pm 2x^4 \mp 6x^3 \mp 6x^2$$

$$-6x^4 + 6x^3 + 6x^2 - 6x$$

$$-6(x^4 - x^3 - x^2 + x)$$

پس "6 -" کو نظر انداز کرنے سے

$$x^4 - x^3 - x^2 + x \overline{\big)\, x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2} \quad \text{quotient: } x + 2$$

$$\pm x^5 \mp x^4 \mp x^3 \pm x^2$$

$$2x^4 - 2x^3 - 4x^2$$

$$\pm 2x^4 \mp 2x^3 \mp 2x^2 \pm 2x$$

$$-2x^2 - 2x$$

$$-2(x^2 + x)$$

پس "2-" کو نظر انداز کرنے سے

$$x^2 + x \overline{\big)\, x^4 - x^3 - x^2 + x} \quad \text{quotient: } x^2 - 2x + 1$$

$$\pm x^4 \pm x^3$$

$$-2x^3 - x^2 + x$$

$$\mp 2x^3 \mp 2x^2$$

$$x^2 + x$$

$$x^2 + x$$

$$0$$

پس عادِ اعظم $= x^2 + x = x(x + 1)$

4۔ مندرجہ ذیل جملوں کا ذو اضعاف اقل معلوم کریں۔

(i) $39x^7y^3z \,,\, 91x^5y^6z^7$

حل:

$39x^7y^3z = 3\times 13x^7y^3z$

$91x^5y^6z^7 = 7\times 13x^5y^6z^7$

مشترک اجزائے ضربی $= 13x^5y^2z^1$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= 3 \times 7 \times x^2 \times y^3 \times z^6$

ذو اضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

ذو اضعاف اقل $= 3 \times 7 \times x^2 \times y^3 \times z^6 \times 13 \times x^5 \times y^3 \times z = 27\, x^7y^6z^7$

(ii) $102xy^2z,\ 85x^2yz\ ,\ 187\ xyz^2$

حل:

$102xy^2z = 2\times 3\times 17xy^2z$

$85x^2yz = 5\times17x^2yz$

$187xyz^2 = 11\times17xyz^2$

مشترک اجزائے ضربی $= 17xyz$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= 2\times3\times y\times5\times x\times11\times z$

ذو اضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

ذو اضعاف اقل $= 2\times3\times5\times11\times17x^2y^2z^2 = 5610x^2y^2z^2$

5۔ بذریعہ تجزی مندرجہ ذیل جملوں کا ذو اضعاف اقل معلوم کریں۔

(i) $x^2-25x+100\ ,\ x^2-x-20$

حل:

$x^2-25x+100 = x^2-20x-5x+100$
$= x(x-20)-5(x-20)$
$= (x-20)(x-5)$

$x^2-x-20 = x^2-5x+4x-20$
$= x(x-5)+4(x-5)$
$= (x-5)(x+4)$

مشترک اجزائے ضربی $= (x-5)$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= (x-20)(x+4)$

ذو اضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

ذو اضعاف اقل $= (x-5)(x-20)(x+4)$

(ii) $x^2+4x+4, x^2-4, 2x^2+x-6$

حل:

$x^2+4x+4 = x^2+2x+2x+4$
$= x(x+2)+2(x+2)$
$= (x+2)(x+2)$

$x^2-4 = (x)^2-(4)^2$
$= (x-2)(x+2)$

$2x^2+x-6 = 2x^2+4x-3x-6$
$= 2x(x+2)-3(x+2)$
$= (x+2)(2x-3)$

مشترک اجزائے ضربی $= (x+2)$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= (x-2)(2x+3)(x+2)$

ذو اضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

ذو اضعاف اقل $= (x+2)(x+2)(x-2)(2x-3)$
$= (x+2)^2(x-2)(2x-3)$

(iii) $2(x^4-y^4), 3(x^3+2x^2y-xy^2-2y^3)$

حل:

$2(x^4-y^4) = 2\left[(x^2)^2-(y^2)^2\right]$
$= 2(x^2-y^2)(x^2+y^2) = 2(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$

$3(x^3+2x^2y-xy^2-2y^3) = 3\left[x^2(x+2y)-y^2(x+2y)\right]$

$$=3(x+2y)(x^2-y^2)=3(x-y)(x+y)(x+2y)$$

مشترک اجزائے ضربی $= (x-y)(x+y)$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= 2 \times 3 \times (x^2+y^2)(x+2y)$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

ذواضعاف اقل $= 2\times 3(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x+2y)$

$$= 6(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x+2y) = 6(x^4-y^4)(x+2y)$$

(iv) $4(x^4-1), 6(x^3-x^2-x+1)$

حل:

$$4(x^4-1) = 2\times 2\left[(x^2)^2-(1)^2\right]$$

$$= 2\times 2\left[(x^2-1)(x^2+1)\right] = 2\times 2(x-1)(x+1)(x^2+1)$$

$$6(x^3-x^2-x+1) = 2\times 3\left[x^2(x-1)-1(x-1)\right]$$

$$= 2\times 3\left[(x-1)(x^2-1)\right] = 2\times 3(x-1)(x+1)(x-1)$$

مشترک اجزائے ضربی $= 2 \times (x-1)(x+1)$

غیر مشترک اجزائے ضربی $= 3 \times 2 \times (x^2+1)(x-1)$

ذواضعاف اقل = مشترک اجزائے ضربی × غیر مشترک اجزائے ضربی

ذواضعاف اقل $= 2\times 2\times 3(x-1)(x+1)(x^2+1)(x-1)$

$$= 12(x^2-1)(x^2+1)(x-1) = 12(x^4-1)(x-1)$$

6۔ k کی کس قیمت کے لیے $(x+4)$ عاد اعظم ہے جملوں $x^2+x-(2k+2)$ اور $2x^2+kx-12$ کا؟

حل: چونکہ $(x+4)$ جملوں $x^2+x-(2k+2)$ اور $2x^2+kx-12$ کو مکمل تقسیم کرتا ہے۔ اس لیے $x+4 \Rightarrow x=-4$ کو دونوں کثیر رقمیوں میں درج کرنے سے

$p(x) = x^2+x-(2k+2)$

باقی $= p(-4) = (-4)^2+(-4)-(2k+2)$

$= 16-4-2k-2$

$= 10-2k$

چونکہ باقی $= 0$

$10-2k = 0$

$-2k = -10$

$k = \dfrac{-10}{-2} = 5$

اب $q(x) = 2x^2+kx-12$

باقی $= q(-4) = 2(-4)^2+k(-4)-12$

$= 2(16)-4k-12$

$= 32-4k-12$

$= 20-4k$

چونکہ باقی $= 0$

اس لیے $20-4k = 0$

$-4k = -20$

$$k = \frac{-20}{-4} = 5$$

پس $k = 5$

7۔ اگر $p(x) = (x+3)(2x^2 - 3x + k)$ اور $q(x) = (x-2)(3x^2+7x-l)$ کا عاداعظم $(x+3)(x-2)$ ہوتو k اور l کی قیمت معلوم کریں۔

حل: چونکہ $(x+3)(x-2)$ جملوں $p(x)$ اور $q(x)$ کو مکمل تقسیم کرتا ہے۔اس لیے $x-2=0 \Rightarrow x=2$ کو کثیررقی $p(x)$ میں درج کرنے سے

$$p(x) = (x+3)(2x^2 - 3x + k)$$

$$\text{باقی} = p(2) = (2+3)[2(2)^2 - 3(2) + k]$$

$$= (5)(8 - 6 + k)$$

$$= 5(2 + k)$$

$$= 10 + 5k$$

چونکہ $\text{باقی} = 0$

اس لیے $10 + 5k = 0$

$$5k = -10$$

$$k = \frac{-10}{5} = -2$$

اب $x+3=0 \Rightarrow x=-3$ کو کثیررقی $q(x)$ میں درج کرنے سے

$$q(x) = (x-2)(3x^2 + 7x - l)$$

$$\text{باقی} = q(-3) = (-3-2)[3(-3)^2 + 7(-3) - l]$$

$$= (-5)(27 - 21 - l)$$

$$= (-5)(6 - l)$$

$$= -30 + 5l$$

چونکہ $\text{باقی} = 0$

اس لیے $-30 + 5l = 0$

$$5l = 30$$

$$l = \frac{30}{5} = 6$$

پس $l = 6\ ,\quad k = -2$

8۔ اگر دو کثیررقی $p(x)$ اور $q(x)$ کا ذواضعاف اقل $2(x^4 - 1)$ اور عاداعظم $(x+1)(x^2+1)$ ہو۔اور $p(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ تو $q(x)$ معلوم کریں۔

حل: $\text{ذواضعاف اقل} = 2(x^4 - 1)$, H.C.F. $= (x+1)(x^2+1)$, $p(x) = x^3 + x^2 + x + 1$, $q(x) = ?$

ہم جانتے ہیں کہ

$$p(x) \times q(x) = \text{ذواضعاف اقل} \times \text{عاداعظم}$$

$$q(x) = \frac{\text{ذواضعاف اقل}}{P(x)} \times \text{عاداعظم}$$

$$= \frac{2(x^4-1)\times(x+1)(x^2+1)}{x^3+x^2+x+1} = \frac{2(x-1)(x+1)(x^2+1)(x+1)(x^2+1)}{x^2(x+1)+1(x+1)}$$

$$= \frac{2(x-1)(x+1)(x^2+1)(x+1)(x^2+1)}{(x+1)(x^2+1)}$$

$$= 2(x-1)(x+1)(x^2+1) = 2(x^2-1)(x^2+1)$$

$$= 2(x^4-1)$$

9۔ اگر $p(x) = 10(x^2-9)(x^2-3x+2)$ اور $q(x) = 10x(x+3)(x-1)^2$ اور ان کا عادِ اعظم $10(x+3)(x-1)$ ہو تو ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل: $p(x) = 10(x^2-9)(x^2-3x+2),\ q(x) = 10x(x+3)(x-1)^2,$

عادِ اعظم $= 10(x+3)(x-1)$، ذواضعاف اقل $= ?$

ہم جانتے ہیں کہ

عادِ اعظم × ذواضعاف اقل $= P(x)\times q(x)$

ذواضعاف اقل $= \dfrac{P(x)\times q(x)}{\text{عادِ اعظم}}$

$$= \frac{10(x^2-9)(x^2-3x+2)\times 10x(x+3)(x-1)^2}{10(x+3)(x-1)}$$

$$= \frac{10(x-3)(x+3)(x-1)(x-2)\times 10x(x+3)(x-1)^2}{10(x+3)(x-1)}$$

$$= 10(x-3)(x-2)\times x(x+3)(x-1)^2$$

$$= 10x(x-1)^2(x-2)(x-3)(x+3)$$

$$= 10x(x-1)^2(x-2)(x^2-9)$$

10- اگر دو کثیر رقمی کے عادِ اعظم اور ذواضعاف اقل کا حاصل ضرب $(x+3)^2(x-2)(x+5)$ ہو اور ایک کثیر رقمی $(x+3)(x-2)$ اور دوسری $x^2+kx+15$ ہو تو k کی قیمت معلوم کریں۔

حل: فرض کیا: $p(x) = (x+3)(x-2),\ q(x) = x^2+kx+15$

عادِ اعظم × ذواضعاف اقل $= (x+3)^2(x-2)(x+5)$

ہم جانتے ہیں کہ

$p(x)\times q(x) =$ عادِ اعظم × ذواضعاف اقل

$$(x+3)(x-2)(x^2+kx+15) = (x+3)^2(x-2)(x+5)$$

$$\Rightarrow \quad x^2+kx+15 = (x+3)(x+5)$$

$$x^2+kx+15 = x^2+5x+3x+15$$

$$x^2+kx+15 = x^2+8x+15$$

$$kx = x^2+8x+15-x^2-15$$

$$kx = 8x$$

$$\Rightarrow \quad k = 8$$

11- وقاص کی خواہش ہے کہ 128 کیلے اور 176 چند بچوں میں سیب برابر برابر تقسیم کرے۔ بتایئے وقاص زیادہ سے زیادہ کتنے بچوں میں تقسیم کر سکتا ہے؟

حل:

$$128 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$$
$$176 = 2\times2\times2\times2\times11$$
عادِ اعظم $= 2\times2\times2\times2 = 16$ بچے

حل مشق 6.2

مندرجہ ذیل کو ناطق جملوں میں مختصر کریں۔

1. $\dfrac{x^2-x-6}{x^2-9}+\dfrac{x^2+2x-24}{x^2-x-12}$

حل:

$$\frac{x^2-x-6}{x^2-9}+\frac{x^2+2x-24}{x^2-x-12}=\frac{x^2-3x+2x-6}{(x)^2-(3)^2}+\frac{x^2+6x-4x-24}{x^2-4x+3x-12}$$
$$=\frac{x(x-3)+2(x-3)}{(x-3)(x+3)}+\frac{x(x+6)-4(x+6)}{x(x-4)+3(x-4)}$$
$$=\frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+3)}+\frac{(x+6)(x-4)}{(x-4)(x+3)}=\frac{x+2}{x+3}+\frac{x+6}{x+3}$$
$$=\frac{(x+2)+(x+6)}{x+3}=\frac{x+2+x+6}{x+3}=\frac{2x+8}{x+3}=\frac{2(x+4)}{x+3}$$

2. $\left[\dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{4x}{x^2+1}+\dfrac{4x}{x^4-1}\right]$

حل:

$$\left[\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}-\frac{4x}{x^2+1}+\frac{4x}{x^4-1}\right]$$
$$=\left[\frac{(x+1)^2-(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}-\frac{4x}{x^2+1}+\frac{4x}{x^4-1}\right]=\left[\frac{(x^2+2x+1)-(x^2-2x+1)}{x^2-1}-\frac{4x}{x^2+1}+\frac{4x}{x^4-1}\right]$$
$$=\left[\frac{x^2+2x+1-x^2+2x-1}{x^2-1}-\frac{4x}{x^2+1}+\frac{4x}{x^4-1}\right]=\left[\frac{4x}{x^2-1}-\frac{4x}{x^2+1}+\frac{4x}{x^4-1}\right]$$
$$=\frac{4x(x^2+1)-4x(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)}+\frac{4x}{x^4-1}=\frac{4x^3+4x-4x^3+4x}{x^4-1}+\frac{4x}{x^4-1}$$
$$=\frac{8x}{x^4-1}+\frac{4x}{x^4-1}=\frac{8x+4x}{x^4-1}=\frac{12x}{x^4-1}$$

3. $\dfrac{1}{x^2-8x+15}+\dfrac{1}{x^2-4x+3}-\dfrac{2}{x^2-6x+5}$

حل:

$$\frac{1}{x^2-8x+15}+\frac{1}{x^2-4x+3}-\frac{2}{x^2-6x+5}$$
$$=\frac{1}{(x-3)(x-5)}+\frac{1}{(x-1)(x-3)}-\frac{2}{(x-1)(x-5)}=\frac{(x-1)+(x-5)-2(x-3)}{(x-1)(x-3)(x-5)}$$

$$= \frac{x-1+x-5-2x+6}{(x-1)(x-3)(x-5)} = \frac{2x-2x+6-6}{(x-1)(x-3)(x-5)} = \frac{0}{(x-1)(x-3)(x-5)} = 0$$

4. $\frac{(x+2)(x+3)}{x^2-9} + \frac{(x+2)(2x^2-32)}{(x-4)(x^2-x-6)}$

حل:

$$\frac{(x+2)(x+3)}{(x-3)(x+3)} + \frac{(x+2)2(x^2-16)}{(x-4)(x-3)(x+2)}$$

$$= \frac{(x+2)(x+3)(x+2)(x-4)+2(x+2)(x-4)(x+4)(x+3)}{(x+2)(x-3)(x+3)(x-4)}$$

$$= \frac{(x+2)(x+3)(x-4)[(x+2)+2(x+4)]}{(x+2)(x-3)(x+3)(x-4)} = \frac{x+2+2x+8}{(x-3)} = \frac{3x+10}{x-3}$$

5. $\frac{x+3}{2x^2+9x+9} + \frac{1}{2(2x-3)} - \frac{4x}{4x^2-9}$

حل:

$$\frac{x+3}{2x^2+9x+9} + \frac{1}{2(2x-3)} - \frac{4x}{4x^2-9}$$

$$= \frac{x+3}{(x+3)(2x+3)} + \frac{1}{2(2x-3)} - \frac{4x}{(2x-3)(2x+3)}$$

$$= \frac{x+3}{(x+3)(2x+3)} + \frac{(2x+3)-4x[2]}{2(2x-3)(2x+3)} = \frac{x+3}{(x+3)(2x+3)} + \frac{2x+3-8x}{2(2x-3)(2x+3)}$$

$$= \frac{x+3}{(x+3)(2x+3)} + \frac{3-6x}{2(2x-3)(2x+3)} = \frac{2(x+3)(2x-3)+(3-6x)(x+3)}{2(x+3)(2x+3)(2x-3)}$$

$$= \frac{2(2x^2-3x+6x-9)+(3-6x)(x+3)}{2(x+3)(2x+3)(2x-3)} = \frac{2(2x^2+3x-9)+3x+9-6x^2-18x}{2(x+3)(2x+3)(2x-3)}$$

$$= \frac{4x^2+6x-18-6x^2-15x+9}{2(x+3)(2x+3)(2x-3)} = \frac{-2x^2-9x-9}{2(x+3)(2x-3)(2x+3)}$$

$$= \frac{-(2x^2+9x+9)}{2(x+3)(2x-3)(2x+3)} = \frac{-(2x^2+6x+3x+9)}{2(x+3)(2x-3)(2x+3)}$$

$$= \frac{-[2x(x+3)+3(x+3)]}{2(x+3)(2x-3)(2x+3)} = \frac{-[(2x+3)(x+3)]}{2(x+3)(2x-3)(2x+3)} = \frac{-1}{2(2x-3)} = \frac{1}{2(3-2x)}$$

6. $A - \frac{1}{A}$, جب کہ $A = \frac{a+1}{a-1}$

حل:

$$A = \frac{a+1}{a-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{A} = \frac{a-1}{a+1}$$

$$A - \frac{1}{A} = \frac{a+1}{a-1} - \frac{a-1}{a+1} = \frac{(a+1)^2-(a-1)^2}{(a-1)(a+1)}$$

$$= \frac{(a^2+2a+1)-(a^2-2a+1)}{(a^2-1)} = \frac{a^2+2a+1-a^2+2a-1}{(a^2-1)} = \frac{4a}{a^2-1}$$

7. $\left[\frac{x-1}{x-2}+\frac{2}{2-x}\right]-\left[\frac{x+1}{x+2}+\frac{4}{4-x^2}\right]$

حل:
$$\left[\frac{x-1}{x-2}+\frac{2}{2-x}\right]-\left[\frac{x+1}{x+2}+\frac{4}{4-x^2}\right] = \left[\frac{x-1}{x-2}-\frac{2}{x-2}\right]-\left[\frac{x+1}{x+2}-\frac{4}{x^2-4}\right]$$

$$= \left[\frac{x-1-2}{x-2}\right]-\left[\frac{(x+1)(x-2)-4}{(x-2)(x+2)}\right] = \left[\frac{x-3}{x-2}\right]-\left[\frac{x^2-2x+x-2-4}{(x-2)(x+2)}\right]$$

$$= \frac{x-3}{x-2}-\frac{x^2-x-2-4}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-3}{x-2}-\frac{x^2-x-6}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{x-3}{x-2}-\frac{(x+2)(x-3)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-3}{x-2}-\frac{x-3}{x-2} = \frac{x-3-x+3}{x-2} = \frac{0}{x-2} = 0$$

8- کون سا ناطق جملہ $\frac{2x^2+2x-7}{x^2+x-6}$ سے تفریق کرنے سے حاصل تفریق $\frac{x-1}{x-2}$ حاصل کرتے ہیں؟

حل:
$$\frac{2x^2+2x-7}{x^2+x-6}-\frac{x-1}{x-2} = \frac{2x^2+2x-7}{(x-2)(x+3)}-\frac{x-1}{x-2}$$

$$= \frac{(2x^2+2x-7)-(x-1)(x+3)}{(x-2)(x+3)} = \frac{(2x^2+2x-7)-(x^2+3x-x-3)}{(x-2)(x+3)}$$

$$= \frac{2x^2+2x-7-x^2-3x+x+3}{(x-2)(x+3)} = \frac{2x^2+2x-7-x^2-2x+3}{(x-2)(x+3)}$$

$$= \frac{x^2-4}{(x-2)(x+3)} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+3)} = \frac{x+2}{x+3}$$

ظاہر کیے گئے عوامل کے عمل کرنے سے سادہ ترین جملہ میں مختصر کیجیے۔

9. $\frac{x^2+x-6}{x^2-x-6}\times\frac{x^2-4}{x^2-9}$

حل:
$$\frac{x^2+x-6}{x^2-x-6}\times\frac{x^2-4}{x^2-9} = \frac{(x-2)(x+3)}{(x+2)(x-3)}\times\frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+3)} = \frac{(x-2)(x-2)}{(x-3)(x-3)} = \frac{(x-2)^2}{(x-3)^2}$$

10. $\frac{x^3-8}{x^2-4}\times\frac{x^2+6x+8}{x^2-2x+1}$

حل:
$$\frac{x^3-8}{x^2-4}\times\frac{x^2+6x+8}{x^2-2x+1} = \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)}\times\frac{(x+2)(x+4)}{(x-1)(x-1)} = \frac{(x+4)(x^2+2x+4)}{(x-1)^2}$$

11. $\frac{x^4-8x}{2x^2+5x-3}\times\frac{2x-1}{x^2+2x+4}\times\frac{x+3}{x^2-2x}$

حل:
$$\frac{x^4-8x}{2x^2+5x-3}\times\frac{2x-1}{x^2+2x+4}\times\frac{x+3}{x^2-2x}$$

$$= \frac{x(x^3-8)}{(2x-1)(x+3)} \times \frac{2x-1}{x^2+2x+4} \times \frac{x+3}{x(x-2)}$$

$$= \frac{x(x-2)(x^2+2x+4)}{(2x-1)(x+3)} \times \frac{(2x-1)}{(x^2+2x+4)} \times \frac{x+3}{x(x-2)} = 1$$

12. $\frac{2y^2+7y-4}{3y^2-13y+4} \div \frac{4y^2-1}{6y^2+y-1}$

حل:

$$\frac{2y^2+7y-4}{3y^2-13y+4} \div \frac{4y^2-1}{6y^2+y-1} = \frac{2y^2+7y-4}{3y^2-13y+4} \times \frac{6y^2+y-1}{4y^2-1}$$

$$= \frac{(2y-1)(y+4)}{(3y-1)(y-4)} \times \frac{(3y-1)(2y+1)}{(2y-1)(2y+1)} = \frac{y+4}{y-4}$$

13. $\left[\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\right] \div \left[\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right]$

حل:

$$\left[\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} - \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}\right] \div \left[\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y}\right]$$

$$= \left[\frac{(x^2+y^2)^2-(x^2-y^2)^2}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}\right] \div \left[\frac{(x+y)^2-(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}\right]$$

$$= \left[\frac{(x^4+2x^2y^2+y^4)-(x^4-2x^2y^2+y^4)}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}\right] \div \left[\frac{(x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2)}{(x^2-y^2)}\right]$$

$$= \left[\frac{x^4+2x^2y^2+y^4-x^4+2x^2y^2-y^4}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}\right] \div \left[\frac{x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2}{(x^2-y^2)}\right]$$

$$= \left[\frac{4x^2y^2}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}\right] \div \left[\frac{4xy}{(x^2-y^2)}\right] = \frac{4x^2y^2}{(x^2-y^2)(x^2+y^2)} \times \frac{(x^2-y^2)}{4xy} = \frac{xy}{x^2+y^2}$$

جذرالمربع: p(x) ایک دوسرے جملہ q(x) کا جذرالمربع ہوگا اگر $q(x) \times q(x) = p(x)$

جذرالمربع معلوم کرنے کے طریقے: جذرالمربع معلوم کرنے کے دو طریقے ہیں: (i) بذریعہ تجزی (ii) بذریعہ تقسیم

حل مشق 6.3

-1 بذریعہ تجزی مندرجہ ذیل جملوں کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

(i) $4x^2 - 12xy + 9y^2$

حل:

$$4x^2-12xy+9y^2 = 4x^2-6xy-6xy+9y^2$$

$$= 2x(2x-3y)-3y(2x-3y)$$

$$= (2x-3y)(2x-3y) = (2x-3y)^2$$

$\sqrt{4x^2-12xy+9y^2} = \pm\sqrt{(2x-3y)^2} = \pm(2x-3y)$ دونوں طرف جذر لینے سے

(ii) $x^2-1+\frac{1}{4x^2} (x \neq 0)$

حل: $x^2-1+\frac{1}{4x^2} = (x)^2-2(x)\left(\frac{1}{2x}\right)+\left(\frac{1}{2x}\right)^2 = \left(x-\frac{1}{2x}\right)^2$

دونوں طرف جذر لینے سے

$\sqrt{x^2-1+\frac{1}{4x^2}} = \pm\sqrt{\left(x-\frac{1}{2x}\right)^2} = \pm\left(x-\frac{1}{2x}\right)$

(iii) $\frac{1}{16}x^2-\frac{1}{12}xy+\frac{1}{36}y^2$

حل: $\frac{1}{16}x^2-\frac{1}{12}xy+\frac{1}{36}y^2 = \left(\frac{1}{4}x\right)^2-2\left(\frac{1}{4}x\right)\left(\frac{1}{6}y\right)+\left(\frac{1}{6}y\right)^2 = \left(\frac{1}{4}x-\frac{1}{6}y\right)^2 = \left(\frac{x}{4}-\frac{y}{6}\right)^2$

دونوں طرف جذر لینے سے

$\sqrt{\frac{1}{16}x^2-\frac{1}{12}xy+\frac{1}{36}y^2} = \pm\sqrt{\left(\frac{x}{4}-\frac{y}{6}\right)^2} = \pm\left(\frac{x}{4}-\frac{y}{6}\right)$

(iv) $4(a+b)^2-12(a^2-b^2)+9(a-b)^2$

حل:

$4(a+b)^2-12(a^2-b^2)+9(a-b)^2 = 2^2(a+b)^2-12(a^2-b^2)+3^2(a-b)^2$

$= [2(a+b)]^2-2[2(a+b)][3(a-b)]+[3(a-b)]^2$

$= [2(a+b)-3(a-b)]^2 \quad [\because a^2-2ab+b^2=(a-b)^2]$

$= [2a+2b-3a+3b]^2 = (5b-a)^2$

دونوں طرف جذر لینے سے

$\sqrt{4(a+b)^2-12(a^2-b^2)+9(a-b)^2} = \sqrt{(5b-a)^2} = \pm(5b-a)$

(v) $\frac{4x^6-12x^3y^3+9y^6}{9x^4+24x^2y^2+16y^4}, (x,y \neq 0)$

حل: $\frac{4x^6-12x^3y^3+9y^6}{9x^4+24x^2y^2+16y^4} = \frac{(2x^3)^2-2(2x^3)(3y^3)+(3y^3)^2}{(3x^2)^2-2(3x^2)(4y^2)+(4y^2)^2} = \frac{(2x^3-3y^3)^2}{(3x^2-4y^2)^2}$

دونوں طرف جذر لینے سے

$\sqrt{\frac{4x^6-12x^3y^3+9y^6}{9x^4+24x^2y^2+16y^4}} = \pm\sqrt{\frac{(2x^3-3y^3)^2}{(3x^2-4y^2)^2}} = \pm\frac{(2x^3-3y^3)}{(3x^2-4y^2)}$

(vi) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4\left(x-\frac{1}{x}\right), (x \neq 0)$

حل: $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4\left(x-\frac{1}{x}\right) = x^2+\frac{1}{x^2}+2-4\left(x-\frac{1}{x}\right) = x^2+\frac{1}{x^2}-4\left(x-\frac{1}{x}\right)+2$

$= \left(x^2+\frac{1}{x^2}-2\right)-4\left(x-\frac{1}{x}\right)+2+2 = \left(x-\frac{1}{x}\right)^2-4\left(x-\frac{1}{x}\right)+4$

$$=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2-2\left(x-\frac{1}{x}\right)(2)+(2)^2=\left[\left(x-\frac{1}{x}\right)-2\right]^2$$

دونوں طرف جذر لینے سے

$$\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4\left(x-\frac{1}{x}\right)}=\pm\sqrt{\left[\left(x-\frac{1}{x}\right)-2\right]^2}=\pm\left[\left(x-\frac{1}{x}\right)-2\right]=\pm\left[x-2-\frac{1}{x}\right]$$

(vii) $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-4\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+12,\ x\neq 0$

حل:

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-4\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+12=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-4\left(x^2+\frac{1}{x^2}+2\right)+12$$

$$=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-8+12$$

$$=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-4\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+4$$

$$=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)(2)+(2)^2=\left[\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-2\right]^2$$

دونوں طرف جذر لینے سے

$$\sqrt{\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-4\left(x+\frac{1}{x}\right)+12}=\pm\sqrt{\left[\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-2\right]^2}=\pm\left[\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-2\right]=\pm\left[x^2-2+\frac{1}{x^2}\right]^2$$

(viii) $(x^2+3x+2)(x^2+4x+3)(x^2+5x+6)$

حل:

$$(x^2+3x+2)(x^2+4x+3)(x^2+5x+6)$$
$$=\left[x^2+2x+x+2\right]\left[x^2+3x+x+3\right]\left[x^2+3x+2x+6\right]$$
$$=\left[x(x+2)+1(x+2)\right]\left[x(x+3)+1(x+3)\right]\left[x(x+3)+2(x+3)\right]$$
$$=(x+2)(x+1)(x+3)(x+1)(x+3)(x+2)$$
$$=(x+1)^2(x+2)^2(x+3)^2$$

دونوں طرف جذر لینے سے

$$\sqrt{(x^2+3x+2)(x^2+4x+3)(x^2+5x+6)}=\pm\sqrt{(x+1)^2(x+2)^2(x+3)^2}$$
$$=\pm(x+1)(x+2)(x+3)$$

(ix) $(x^2+8x+7)(2x^2-x-3)(2x^2+11x-21)$

حل:

$$(x^2+8x+7)(2x^2-x-3)(2x^2+11x-21)$$
$$=\left[x^2+7x+x+7\right]\left[2x^2-3x+2x-3\right]\left[2x^2+14x-3x-21\right]$$
$$=\left[x(x+7)+1(x+7)\right]\left[x(2x-3)+1(2x-3)\right]\left[2x(x+7)-7(x+7)\right]$$
$$=(x+7)(x+1)(2x-3)(x+1)(x+7)(2x-7)$$
$$=(x+1)^2(x+7)^2(2x-3)^2$$

دونوں طرف جذر لینے سے

$$\sqrt{(x^2+8x+7)(2x^2-x-3)(2x^2+11x-21)} = \pm\sqrt{(x+1)^2(x+7)^2(2x-3)^2}$$

$$= \pm(x+1)(x+7)(2x-3)$$

-2 بذریعہ تقسیم مندرجہ ذیل جملوں کا جذرالمربع معلوم کیجیے۔

(i) $4x^2 + 12xy + 9y^2 + 16x + 24y + 16$

حل:

$$\begin{array}{r|l} & 2x+3y+4 \\ 2x & 4x^2+12xy+9y^2+16x+24y+16 \\ & \pm 4x^2 \\ 4x+3y & 12xy+9y^2+16x+24y+16 \\ & \pm 12xy \pm 9y^2 \\ 4x+6y+4 & 16x+24y+16 \\ & \pm 16x \pm 24y \pm 16 \\ & 0 \end{array}$$

پس دیے گئے جملے کا جذر ہے $\pm(2x+3y+4)$

(ii) $x^4 - 10x^3 + 37x^2 - 60x + 36$

حل:

$$\begin{array}{r|l} & x^2-5x+6 \\ x^2 & x^4-10x^3+37x^2-60x+36 \\ & \pm x^4 \\ 2x^2-5x & -10x^3+37x^2-60x+36 \\ & \mp 10x^3 \pm 25x^2 \\ 2x^2-10x+6 & 12x^2-60x+36 \\ & \pm 12x^2 \mp 60x \pm 36 \\ & 0 \end{array}$$

پس دیے گئے جملے کا جذر ہے $\pm(x^2-5x+6)$

(iii) $9x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 2x + 1$

حل:

$$\begin{array}{r|l} & 3x^2-x+1 \\ 3x^2 & 9x^4-6x^3+7x^2-2x+1 \\ & \pm 9x^4 \\ 6x^2-x & -6x^3+7x^2-2x+1 \\ & \mp 6x^3 \pm x^2 \\ 6x^2-2x+1 & 6x^2-2x+1 \\ & \pm 6x^2 \mp 2x \pm 1 \\ & 0 \end{array}$$

پس دیے گئے جملے کا جذر ہے $\pm(3x^2-x+1)$

(iv) $4 + 25x^2 - 12x - 24x^3 + 16x^4$

حل:

$$\begin{array}{r|l} & 4x^2 - 3x + 2 \\ 4x^2 & 16x^4 - 24x^3 + 25x^2 - 12x + 4 \\ & \pm 16x^4 \\ 8x^2 - 3x & -24x^3 + 25x^2 - 12x + 4 \\ & \mp 24x^3 \pm 9x^2 \\ 8x^2 - 6x + 2 & 16x^2 - 12x + 4 \\ & \pm 16x^2 \mp 12x \pm 4 \\ & 0 \end{array}$$

پس دیے گئے جملے کا جذر ہے $\pm(4x^2 - 3x + 2)$

(v) $\frac{x^2}{y^2} - 10\frac{x}{y} + 27 - 10\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}, (x \neq 0, y \neq 0)$

حل:

$$\begin{array}{r|l} & \frac{x}{y} - 5 + \frac{y}{x} \\ \frac{x}{y} & \frac{x^2}{y^2} - 10\frac{x}{y} + 27 - 10\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} \\ & \pm \frac{x^2}{y^2} \\ 2\frac{x}{y} - 5 & -10\frac{x}{y} + 27 - 10\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} \\ & \mp 10\frac{x}{y} \pm 25 \\ 2\frac{x}{y} - 10 + \frac{y}{x} & 2 - 10\frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2} \\ & \pm 2 \mp 10\frac{y}{x} \pm \frac{y^2}{x^2} \\ & 0 \end{array}$$

پس دیے گئے جملے کا جذر ہے $\pm\left(\frac{x}{y} - 5 + \frac{y}{x}\right)$

-3 k کی قیمت معلوم کریں جس سے مندرجہ ذیل جملوں کو مکمل مربع بنایا جا سکے۔

(i) $4x^4 - 12x^3 + 37x^2 - 42x + k$

$$\begin{array}{r|l} & 2x^2 - 3x + 7 \\ 2x^2 & 4x^4 - 12x^3 + 37x^2 - 42x + k \\ & \pm 4x^4 \\ 4x^2 - 3x & -12x^3 + 37x^2 - 42x + k \\ & \mp 12x^3 \pm 9x^2 \\ 4x^2 - 6x + 7 & 28x^2 - 42x + k \\ & \pm 28x^2 \mp 42x \pm 49 \\ & k - 49 \end{array}$$

$$\Rightarrow k - 49 = 0$$
$$k = 49$$

(ii) $x^4 - 4x^3 + 10x^2 - kx + 9$

$$x^2 - 2x + 3$$

$x^2 \,\big)\; x^4 - 4x^3 + 10x^2 - kx + 9$

$\pm x^4$

$2x^2 - 2x \,\big)\; -4x^3 + 10x^2 - kx + 9$

$\mp 4x^3 \pm 4x^2$

$2x^2 - 4x + 3 \,\big)\; 6x^2 - kx + 9$

$\pm 6x^2 \mp 12x \pm 9$

$-kx + 12x$

$\Rightarrow \quad -kx + 12x = 0$

$-kx = -12x$

$\Rightarrow \quad k = 12$

-4 ℓ اور m مقداروں کی قیمت معلوم کیجیے جن سے مندرجہ ذیل جملے مکمل مربع بن سکیں۔

(i) $x^4 + 4x^3 + 16x^2 + lx + m$

$$x^2 + 2x + 6$$

$x^2 \,\big)\; x^4 + 4x^3 + 16x^2 + lx + m$

$\pm x^4$

$2x^2 + 2x \,\big)\; 4x^3 + 16x^2 + lx + m$

$\pm 4x^3 \pm 4x^2$

$2x^2 + 4x + 6 \,\big)\; 12x^2 + lx + m$

$\pm 12x^2 \pm 24x \pm 36$

$(lx - 24x) + (m - 36)$

$\Rightarrow \quad lx - 24x = 0$ and $m - 36 = 0$

$lx = 24x \qquad m = 36$

$\Rightarrow \quad l = 24$

(ii) $49x^4 - 70x^3 + 109x^2 + lx - m$

$$7x^2 - 5x + 6$$

$7x^2 \,\big)\; 49x^4 - 70x^3 + 109x^2 + \ell x - m$

$\pm 49x^4$

$14x^2 - 5x \,\big)\; -70x^3 + 109x^2 + \ell x - m$

$\mp 70x^3 \pm 25x^2$

$14x^2 - 10x + 6 \,\big)\; 84x^2 + \ell x - m$

$\pm 84x^2 \mp 60x \pm 36$

$(\ell x + 60x) - m - 36$

$\Rightarrow \quad \ell x + 60x = 0$ and $-m - 36 = 0$

$\ell x = -60x \qquad -m = 36$

$\Rightarrow \quad \ell = -60 \qquad m = -36$

-5 جملہ $9x^4 - 12x^3 + 22x^2 - 13x + 12$ کو مکمل مربع بنانے کے لیے

(i) جملہ میں کیا جمع کرنا چاہیے؟ (ii) جملہ میں کیا تفریق کرنا چاہیے؟ (iii) x کی کیا قیمت ہوگی؟

$$
\begin{array}{r l}
 & 3x^2-2x+3 \\
3x^2 \,) & 9x^4-12x^3+22x^2-13x+12 \\
 & \pm 9x^4 \\
6x^2-2x \,) & -12x^3+22x^2-13x+12 \\
 & \mp 12x^3 \pm 4x^2 \\
6x^2-4x+3 \,) & 18x^2-13x+12 \\
 & \pm 18x^2 \mp 12x \pm 9 \\
 & -x+3
\end{array}
$$

(i) $x-3=-(-x+3)$ کو جملہ میں جمع کرنا چاہیے۔ (ii) $-x+3$ کو جملہ سے تفریق کرنا چاہیے۔

(iii) $-x+3=0 \Rightarrow -x=-3 \Rightarrow x=3$

حل مشق 6

-1 دیے ہوئے جوابات میں سے درست جواب کا انتخاب کیجیے۔

(i) جملوں p^3q-pq^3 اور $p^5q^2-p^2q^5$ کا عاداعظم .... ہے۔

(a) $pq(p^2-q^2)$ (b) $pq(p-q)$ (c) $p^2q^2(p-q)$ (d) $pq(p^3-q^3)$

(ii) جملوں $5x^2y^2$ اور $20x^3y^3$ کا عاداعظم .... ہے۔

(a) $5x^2y^2$ (b) $20x^3y^3$ (c) $100x^5y^5$ (d) $5xy$

(iii) جملوں $x-2$ اور x^2+x-6 کا عاداعظم .... ہے۔

(a) x^2+x-6 (b) $x+3$ (c) $x-2$ (d) $x+2$

(iv) a^3+b^3 اور a^2-ab+b^2 کا عاداعظم .... ہے۔

(a) $a+b$ (b) a^2-ab+b^2 (c) $(a-b)^2$ (d) a^2+b^2

(v) x^2-5x+6 اور x^2-x-6 کا عاداعظم ہے۔

(a) $x-3$ (b) $x+2$ (c) x^2-4 (d) $x-2$

(vi) a^2-b^2 اور a^3-b^3 کا عاداعظم .... ہے۔

(a) $a-b$ (b) $a+b$ (c) a^2+ab+b^2 (d) a^2-ab+b^2

(vii) $x^2+3x+2,\ x^2+4x+3$ اور x^2+5x+4 کا عاداعظم .... ہے۔

(a) $x+1$ (b) $(x+1)(x+2)$ (c) $x+3$ (d) $(x+4)(x+1)$

(viii) $15x^2$، $45xy$ اور $30xyz$ کا ذواضعاف اقل .... ہے۔

(a) $90xyz$ (b) $90x^2yz$ (c) $15xyz$ (d) $15x^2yz$

(ix) a^2+b^2 اور a^4-b^4 کا ذواضعاف اقل .... ہے۔

(a) a^2+b^2 (b) a^2-b^2 (c) a^4-b^4 (d) $a-b$

(x) دو جملوں کا حاصل ضرب، عاداعظم اور ذواضعاف اقل کے .... کے برابر ہے۔

(a) حاصل جمع (b) حاصل تفریق (c) حاصل تقسیم (d) حاصل ضرب

(xi) جملہ $\frac{a}{9a^2-b^2}+\frac{1}{3a-b}$ کا اختصار .... ہے۔

(a) $\frac{4a}{9a^2-b^2}$ (b) $\frac{4a-b}{9a^2-b^2}$ (c) $\frac{4a+b}{9a^2-b^2}$ (d) $\frac{b}{9a^2-b^2}$

(xii) $\frac{a^2+5a-14}{a^2-3a-18}\times\frac{a+3}{a-2}$ کا اختصار..........ہے۔

(a) $\frac{a+7}{a-6}$ (b) $\frac{a+7}{a-2}$ (c) $\frac{a+3}{a-6}$ (d) $\frac{a-2}{a+3}$

(xiii) $\frac{a^3-b^3}{a^4-b^4}\div\frac{a^2+ab+b^2}{a^2+b^2}$ کا اختصار..........ہے۔

(a) $\frac{1}{a+b}$ (b) $\frac{1}{a-b}$ (c) $\frac{a-b}{a^2+b^2}$ (d) $\frac{a+b}{a^2+b^2}$

(xiv) $\left(\frac{2x+y}{x+y}-1\right)\div\left(1-\frac{x}{x+y}\right)$ کا اختصار..........ہے۔

(a) $\frac{x}{x+y}$ (b) $\frac{y}{x+y}$ (c) $\frac{y}{x}$ (d) $\frac{x}{y}$

(xv) a^2-2a+1 کا جذرالمربع..........ہے۔

(a) $\pm(a+1)$ (b) $\pm(a-1)$ (c) $a-1$ (d) $a+1$

(xvi) جملہ x^4+64 میں کیا جمع کیا جائے کہ مکمل مربع بن جائے..........؟

(a) $8x^2$ (b) $-8x^2$ (c) $16x^2$ (d) $4x^2$

(xvii) $x^4+\frac{1}{x^4}+2$ کا جذرالمربع..........ہے۔

(a) $\pm\left(x+\frac{1}{x}\right)$ (b) $\pm\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$ (c) $\pm\left(x-\frac{1}{x}\right)$ (d) $\pm\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)$

جوابات: (i) b (ii) a (iii) c (iv) b (v) a (vi) a (vii) a
(viii) b (ix) c (x) c (xi) c (xii) a (xiii) a (xiv) d
(xv) b (xvi) c (xvii) b

-2 بذریعہ تجزی $8x^4-128$ اور $12x^3-96$ کا عاداعظم معلوم کریں۔

حل:

$$8x^4-128=8(x^4-16)=2\times2\times2[(x^2)^2-(4)^2]=2\times2\times2(x^2-4)(x^2+4)$$

$$12x^3-96=12(x^3-8)=2\times2\times3[(x)^3-(2)^3]=2\times2\times3(x-2)(x^2+2x+4)$$

عاداعظم $=2\times2\times(x-2)=4(x-2)$

-3 بذریعہ تقسیم y^3+3y^2-3y-9 اور $y^3+3y^2-8y-24$ کا عاداعظم معلوم کریں۔

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ y^3+3y^2-3y-9 & y^3+3y^2-8y-24 \\ & \pm y^3\pm3y^2\mp3y\mp9 \\ \hline & -5y-15 \\ & -5(y+3)\end{array}$$

پس "5-" کو نظرانداز کرنے سے

$$\begin{array}{r} y^2-3 \\ y+3 \overline{) y^3+3y^2-3y-9} \\ \pm y^3 \pm 3y^2 \\ \hline -3y-9 \\ \mp 3y \mp 9 \\ \hline 0 \end{array}$$

عاداعظم $= y+3$

4- بذریعہ تجزی $12x^2-75$، $6x^2-13x-5$ اور $4x^2-20x+25$ کا ذواضعاف اقل معلوم کریں۔

حل:

$$12x^2-75 = 3(4x^2-25) = 3\left[(2x)^2-(5)^2\right] = 3(2x-5)(2x+5)$$

$$6x^2-13x-5 = 6x^2-15x+2x-5 = 3x(2x-5)+1(2x-5) = (2x-5)(3x+1)$$

$$4x^2-20x+25 = 4x^2-10x-10x+25 = 2x(2x-5)-5(2x-5) = (2x-5)(2x-5)$$

ذواضعاف اقل $= 3(2x+5)(3x+1)(2x-5)^2$

5- اگر $x^4+3x^3+5x^2+26x+56$ اور $x^4+2x^3-4x^2-x+28$ کا عاداعظم x^2+5x+7 ہو تو جملوں کا ذواضعاف اقل معلوم کریں۔

حل:

$p(x) = x^4+3x^3+5x^2+26x+56, q(x) = x^4+2x^3-4x^2-x+28$

عاداعظم $= x^2+5x+7$ ، ذواضعاف اقل $= ?$

عاداعظم × ذواضعاف اقل $= p(x)\times q(x)$

ذواضعاف اقل $= \dfrac{p(x)\times q(x)}{\text{عاداعظم}}$

$$= \frac{(x^4+3x^3+5x^2+26x+56)\times(x^4+2x^3-4x^2-x+28)}{x^2+5x+7}$$

اب

$$\begin{array}{r} x^2-2x+8 \\ x^2+5x+7 \overline{) x^4+3x^3+5x^2+26x+56} \\ \pm x^4 \pm 5x^3 \pm 7x^2 \\ \hline -2x^3-2x^2+26x+56 \\ \mp 2x^3 \mp 10x^2 \mp 14x \\ \hline 8x^2+40x+56 \\ \pm 8x^2 \pm 40x \pm 56 \\ \hline 0 \end{array}$$

چنانچہ ذواضعاف اقل $= (x^2-2x+8)(x^4+2x^3-4x^2-x+28)$

6- مندرجہ ذیل کو مختصر کیجیے۔

(i) $\dfrac{3}{x^3+x^2+x+1} - \dfrac{3}{x^3-x^2+x-1}$

حل:

$$\frac{3}{x^3+x^2+x+1}-\frac{3}{x^3-x^2+x-1}=\frac{3}{(x+1)(x^2+1)}-\frac{3}{(x-1)(x^2+1)}$$

$$=\frac{3(x-1)-3(x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}=\frac{3x-3-3x-3}{(x^2-1)(x^2+1)}=\frac{-6}{x^4-1}$$

$$=\frac{-6}{-(1-x^4)}=\frac{6}{1-x^4}$$

(ii) $\frac{a+b}{a^2-b^2}\div\frac{a^2-ab}{a^2-2ab+b^2}$

حل:

$$\frac{a+b}{a^2-b^2}\div\frac{a^2-ab}{a^2-2ab+b^2}=\frac{a+b}{a^2-b^2}\times\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-ab}=\frac{a+b}{(a+b)(a-b)}\times\frac{(a-b)^2}{a(a-b)}=\frac{1}{a}$$

-7 بذریعہ تجزی $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+10\left(x+\frac{1}{x}\right)+27$ کا جذرالمربع معلوم کریں' جبکہ $(x\neq 0)$۔

حل:

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+10\left(x+\frac{1}{x}\right)+27=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+10\left(x+\frac{1}{x}\right)+25+2$$

$$=\left(x^2+\frac{1}{x^2}+2\right)+10\left(x+\frac{1}{x}\right)+25=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+2\left(x+\frac{1}{x}\right)(5)+(5)^2$$

$$=\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)+2\left(x+\frac{1}{x}\right)(5)+(5)^2\right]=\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)+5\right]^2$$

دونوں طرف جذر لینے سے

$$\sqrt{\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+10\left(x+\frac{1}{x}\right)+27}=\pm\sqrt{\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)+5\right]^2}=\pm\left[\left(x+\frac{1}{x}\right)+5\right]$$

-8 بذریعہ تقسیم $\frac{4x^2}{y^2}+\frac{20x}{y}+13-\frac{30y}{x}+\frac{9y^2}{x^2}$ کا جذرالمربع معلوم کریں' جبکہ $(x, y\neq 0)$۔

حل:

$$\frac{2x}{y}+5-\frac{3y}{x}$$

$$\frac{2x}{y}\ \Big)\ \frac{4x^2}{y^2}+\frac{20x}{y}+13-\frac{30y}{x}+\frac{9y^2}{x^2}$$

$$\pm\frac{4x^2}{y^2}$$

$$\frac{4x}{y}+5\ \Big)\ \frac{20x}{y}+13-\frac{30y}{x}+\frac{9y^2}{x^2}$$

$$\pm\frac{20x}{y}\pm 25$$

$$\frac{4x}{y}+10-\frac{3y}{x}\ \Big)\ -12-\frac{30y}{x}+\frac{9y^2}{x^2}$$

$$\mp 12\mp\frac{30y}{x}\pm\frac{9y^2}{x^2}$$

$$0$$

پس دیئے گئے جملے کا جذر ہے۔ $\pm\left(\frac{2x}{y}+5-\frac{3y}{x}\right)$

خلاصہ

☆ ہم نے دیے ہوئے دو یا دو سے زیادہ الجبری جملوں کا عاداعظم اور ذواضعاف اقل معلوم کرنا بذریعہ تجزی اور تقسیمی عمل سیکھ لیا ہے۔

☆ ہم نے دیے ہوئے دو الجبری کثیر رقمی $p(x)$ اور $q(x)$ کے عاداعظم اور ذواضعاف اقل کے درمیان تعلق کا فارمولا۔

عاداعظم × ذواضعاف اقل = $p(x) \times q(x)$

قائم کیا اور اس کے استعمال سے ذواضعاف اقل یا عاداعظم وغیرہ حاصل کر لیتے ہیں۔

☆ فارمولا میں کوئی تین اجزا معلوم ہوں تو نامعلوم کو نیچے دی گئی مساوات کی مدد سے حاصل کرنا سیکھا ہے۔

عاداعظم × ذواضعاف اقل = $p(x) \times q(x)$

☆ عاداعظم اور ذواضعاف کے استعمال سے کسری جملوں کا مختصر کرنا سیکھا ہے۔

جن میں بنیادی عوامل $\times$ ، $-$ ، $+$ اور $\div$ مستعمل ہوں۔

☆ دیے ہوئے الجبری جملوں کے جذرالمربع بذریعہ تجزی اور تقسیمی طریقے سے معلوم کرنا سیکھا ہے۔

معروضی سوالات

☆ درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔

1- اگر دو یا دو سے زیادہ الجبری جملے دیے گئے ہوں تو ان کے مشترک اجزائے ضربی کی بڑی سے بڑی قوت کو دیے ہوئے جملوں کا .... کہا جاتا ہے۔

(A) ذواضعاف اقل (B) عاداعظم (C) تجزی (D) جذرالمربع

2- ایک الجبری جملہ $p(x)$ اگر دیے ہوئے دو یا دو سے زیادہ جملوں سے پورا پورا تقسیم ہوتا ہوا ان کے مشترک اور غیر مشترک اجزائے ضربی کا چھوٹے سے چھوٹا حاصل ضرب ہو تو $p(x)$ ان جملوں کا .... کہلاتا ہے۔

(A) ذواضعاف اقل (B) عاداعظم (C) تجزی (D) جذرالمربع

3- عاداعظم کو حاصل کرنے کے طریقے ہیں۔

(A) دو (B) تین (C) چار (D) پانچ

4- ذواضعاف اقل کو معلوم کرنے کے لیے طریقے ہیں۔

(A) دو (B) تین (C) چار (D) پانچ

5- (عاداعظم) × (ذواضعاف اقل) = ؟

(A) $p(x) \div q(x)$ (B) $p(x) + q(x)$ (C) $p(x) \times q(x)$ (D) $p(x) - q(x)$

6- $؟ = \frac{p(x) \times q(x)}{\text{عاداعظم}}$

(A) ذواضعاف اقل (B) عاداعظم (C) تجزی (D) جذرالمربع

7- $? = \frac{p(x) \times q(x)}{\text{ذواضعاف اقل}}$

(A) عاداعظم (B) ذواضعاف اقل (C) جذرالمربع (D) تجزی

8- $39x^7y^3z$, $91x^5y^6z^7$ کا عاداعظم ہے۔
(A) xyz (B) $13xyz$ (C) $13x^5y^3z$ (D) $13xy^5z^3$

9- $x^2-4, x^2+4x+4, 2x^2+x-6$ کا عاداعظم ہے۔
(A) $(x+1)$ (B) $(x-2)$ (C) $(x-3)$ (D) $(x+2)$

10- $102\ xy^2z, 85x^2yz, 187xyz^2$ کا ذواضعاف اقل ہے۔
(A) $561xyz$ (B) $5610x^2y^2z^2$ (C) $610x^2yz$ (D) $510x^2y^2z^2$

11- x^2-x-20 اور $x^2-25x+100$ کا ذواضعاف اقل ہے۔
(A) $(x-5)(x-20)(x+4)$ (B) $(x-5)(x+4)$
(C) $(x-5)(x-20)$ (D) $(x+4)(x-20)$

12- $\frac{x^2+x-6}{x^2-x-6} \times \frac{x^2-4}{x^2-9}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔
(A) $\frac{(x-2)^2}{(x-3)^2}$ (B) $(x-2)^2$ (C) $(x-3)^2$ (D) $(x-1)^2$

13- $\frac{x^2+x+1}{x^2-9} \div \frac{x^3-1}{x^2-4x+3}$ کی مختصر ترین شکل ہے۔
(A) $\frac{1}{x+1}$ (B) $\frac{1}{x+2}$ (C) $\frac{1}{x+3}$ (D) $\frac{1}{x+4}$

14- کسی الجبری جملے کا............دو ایسے جملے ہوں گے جو ایک دوسرے کے جمعی معکوس ہوتے ہیں۔
(A) الجبری جملہ (B) الجبری فقرہ (C) جذرالمربع (D) الجبری کسور

15- الجبری جملوں کا جذرالمربع معلوم کرنے کے طریقے ہیں۔
(A) دو (B) تین (C) چار (D) پانچ

16- اگر A اور B دو کثیر رقمیاں ہوں تو A/B............کہلاتی ہے جبکہ $B \neq 0$ ہو۔
(A) الجبری جملہ (B) الجبری فقرہ (C) جذرالمربع (D) الجبری کسر

17- تقسیم کے عمل سے پہلے جملہ کے متغیر x کی قوت نما کو............ترتیب میں تبدیل کر لیتے ہیں۔
(A) نزولی (B) صعودی (C) اُفقی (D) عمودی

18- m کی کس قیمت کے لیے x^2+4x+m مکمل مربع ہوگا؟
(A) -4 (B) $+4$ (C) -8 (D) 8

19- مکمل مربع کے لیے باقی بچنا چاہیے۔
(A) -1 (B) 2 (C) 1 (D) 0

20- دو جملوں کا حاصل ضرب، عاداعظم اور ذواضعاف اقل کے............کے برابر ہے۔
(A) حاصل تفریق (B) حاصل جمع (C) حاصل ضرب (D) حاصل تقسیم

جوابات:

1- عاداعظم	2- ذواضعاف اقل	3- دو	4- دو
5- $px \times qx$	6- ذواضعاف اقل	7- عاداعظم	8- $13x^5y^3z$

-9 $(x+2)$ -10 $5610x^2y^2z^2$ -11 $(x-5)(x-20)(x+4)$ -12 $\frac{(x-2)^2}{(x-3)^2}$

-13 $\frac{1}{x+3}$ -14 جذرالمربع -15 دو -16 الجبری کسر

-17 نزولی -18 $+4$ -19 0 -20 حاصل تقسیم

☆ **سوالات کے مختصر جوابات تحریر کریں۔**

-1 عاداعظم کی تعریف کریں۔

جواب: اگر دو یا دو سے زیادہ الجبری جملے دیے گئے ہوں تو ان کے مشترک اجزائے ضربی کی بڑی سے بڑی قوت کو دیے ہوئے جملوں کا عاداعظم کہا جاتا ہے۔

-2 ذواضعاف اقل کی تعریف کریں۔

جواب: ایک الجبری جملہ $p(x)$ اگر دیے ہوئے دو یا دو سے زیادہ جملوں سے پورا پورا تقسیم ہوتا ہو ان کے مشترک اور غیر مشترک اجزائے ضربی کا چھوٹے سے چھوٹا حاصل ضرب ہو تو $p(x)$ ان جملوں کا ذواضعاف اقل کہلاتا ہے۔

-3 عاداعظم معلوم کرنے کے طریقوں کے نام لکھیں۔

جواب: جملوں کا عاداعظم مندرجہ ذیل دو طریقوں سے حاصل کر سکتے ہیں: (1) بذریعہ تجزی (2) بذریعہ تقسیم

-4 عاداعظم اور ذواضعاف اقل کے درمیان تعلق مساوات کی شکل میں ظاہر کریں۔

جواب: (عاداعظم) × (ذواضعاف اقل) = $p(x) \times q(x)$

-5 ذواضعاف اقل معلوم کرنے کا کلیہ بیان کریں۔

جواب: ذواضعاف اقل = $\frac{p(x) \times q(x)}{\text{عاداعظم}}$

-6 عاداعظم معلوم کرنے کا کلیہ بیان کریں۔

جواب: عاداعظم = $\frac{p(x) \times q(x)}{\text{ذواضعاف اقل}}$

-7 پہلی کثیر رقمی معلوم کرنے کا کلیہ بیان کریں۔

جواب: $p(x) = \frac{\text{ذواضعاف اقل} \times \text{عاداعظم}}{q(x)}$

-8 دوسری کثیر رقمی معلوم کرنے کا کلیہ بیان کریں۔

جواب: $q(x) = \frac{\text{ذواضعاف اقل} \times \text{عاداعظم}}{p(x)}$

-9 ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے طریقے بیان کریں۔

جواب: ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے دو طریقے ہیں: (a) ذواضعاف اقل بذریعہ تجزی (b) ذواضعاف اقل بذریعہ تقسیم

-10 ان جملوں کا عاداعظم معلوم کریں۔ $p^5q^2 - p^2q^5 , p^3q - pq^3$

جواب:

$p^5q^2 - p^2q^5 = p^2q^2(p^3 - q^3)$

$= p^2q^2 [(p^3) - (q^3)]$

$= p^2q^2 [(p - q)(p^2 + pq + q^2)]$

$p^3q - pq^3 = pq(p^2 - q^2)$

$= pq(p + q)(p - q)$

عاداعظم $= pq(p - q)$

11- جملوں $5x^2y^2$ اور $20x^3y^3$ کا عاداعظم معلوم کریں۔

جواب:

$5x^2y^2 = 5.x.x.y.y$

$20x^3y^3 = 2.2.5.x.x.x.y.y.y$

عاداعظم $= 5.x.x.y.y = 5x^2y^2$

12- جملوں $x - 2$ اور $x^2 + x - 6$ کا عاداعظم معلوم کریں۔

جواب:

$= x - 2$

$x^2 + x - 6 = x^2 + 3x - 2x - 6$

$= x(x + 3) - 2(x + 3)$

$= (x + 3)(x - 2)$

عاداعظم $= x - 2$

13- $a^2 - b^2$ اور $a^3 - b^3$ کا عاداعظم معلوم کریں۔

جواب:

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

عاداعظم $= a - b$

14- $45xy, 15x^2$ اور $30xyz$ کا ذواضعاف اقل معلوم کریں۔

جواب:

$15x^2 = 3 \times 5 \times x \times x$

$45xy = 3 \times 3 \times 5 \times x \times y$

$30xyz = 2 \times 3 \times 5 \times x \times y \times z$

$= 3 \times 5 \times 2 \times 3 \times x \times y \times z \times x$

ذواضعاف اقل $= 90x^2yz$

15- $a^2 + b^2$ اور $a^4 - b^4$ کا ذواضعاف اقل معلوم کریں۔

جواب:

$a^2 + b^2 = a^2 + b^2$

$a^4 - b^4 = (a^2)^2 - (b^2)^2$

$= (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$

$= (a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$

ذواضعاف اقل $= (a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$

$= (a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$

$= a^4 - b^4$

16- مختصر کریں۔ $\frac{a}{9a^2 - b^2} + \frac{1}{3a - b}$

جواب:

$$\frac{a}{(3a)^2 - (b)^2} + \frac{1}{3a - b}$$

$$= \frac{a}{(3a + b)(3a - b)} + \frac{1}{3a - b}$$

$$= \frac{a + 1(3a + b)}{(3a + b)(3a - b)} = \frac{a + 3a + b}{(3a + b)(3a - b)} = \frac{4a + b}{(3a)^2 - (b)^2} = \frac{4a + b}{9a^2 - b^2}$$

-17 مختصر کریں۔ $\frac{a^2+5a-14}{a^2-3a-18}\times\frac{a+3}{a-2}$

جواب:

$$\frac{a^2+7a-2a-14}{a^2-6a+3a-18}\times\frac{a+3}{a-2}=\frac{a(a+7)-2(a+7)}{a(a-6)+3(a-6)}\times\frac{a+3}{a-2}$$

$$=\frac{(a+7)\,\cancel{(a-2)}}{(a-6)\,\cancel{(a+3)}}\times\frac{\cancel{(a+3)}}{\cancel{(a-2)}}=\frac{a+7}{a-6}$$

-18 مختصر کریں۔ $\left(\frac{2x+y}{x+y}-1\right)\div\left(1-\frac{x}{x+y}\right)$

حل:

$$\left(\frac{2x+y}{x+y}-1\right)\div\left(1-\frac{x}{x+y}\right)$$

$$=\left(\frac{2x+y-1(x+y)}{x+y}\right)\div\left(\frac{\cancel{x}+y-\cancel{x}}{x+y}\right)$$

$$=\frac{2x+\cancel{y}-x-\cancel{y}}{x+y}\div\frac{y}{x+y}=\frac{x}{x+y}\div\frac{y}{x+y}$$

$$=\frac{x}{\cancel{x+y}}\times\frac{\cancel{x+y}}{y}=\frac{x}{y}$$

-19 الجبری جملوں کا جذر المربع معلوم کرنے کے کوئی سے دو طریقے لکھیں۔

جواب: الجبری جملوں کا جذر المربع معلوم کرنے کے دو طریقے مندرجہ ذیل ہیں۔

(1) جذر المربع بذریعہ تجزی (2) جذر المربع بذریعہ تقسیم

-20 جذر المربع بذریعہ تجزی معلوم کرنے کا طریقہ لکھیں۔

جواب: جذر المربع بذریعہ تجزی میں ایسے جملوں کا جذر المربع معلوم کیا جاتا ہے جو مکمل مربع کی شکل میں لکھے جا سکتے ہیں۔

-21 جذر المربع سے کیا مراد ہے؟

جواب: کسی الجبری جملے کا جذر المربع دو ایسے جملے ہوں گے جو ایک دوسرے کے جمعی معکوس ہوتے ہیں۔

-22 الجبری کسور کی ضرب کیسے دیں گے؟

جواب: $\frac{A}{B}\times\frac{C}{D}=\frac{AC}{BD}$ جبکہ $B\neq 0, D\neq 0$ جبکہ A, B, C اور D الجبری کسور ہیں۔

-23 ذو اضعاف اقل کیسے معلوم کرتے ہیں؟

جواب: اگر A اور B دو الجبری جملے ہوں تو ہم ذو اضعاف اقل بذریعہ تقسیم معلوم کرنے سے پہلے ان کا عاداعظم معلوم کرتے ہیں تاہم اگر A اور B کے علاوہ عاداعظم بھی دیا ہوا ہو تو پھر ذو اضعاف اقل معلوم کر سکتے ہیں۔

-24 تین الجبری جملوں کا عاداعظم کیسے معلوم کرتے ہیں؟

جواب: تین الجبری جملوں کا عاداعظم معلوم کرنے کے لیے ہم پہلے کوئی سے دو الجبری جملوں کا عاداعظم معلوم کرتے ہیں۔ پھر اس عاداعظم اور تیسرے جملے کا عاداعظم معلوم کرتے ہیں۔

25- عاداعظم بذریعہ تجزی کیسے معلوم کرتے ہیں؟

جواب: عاداعظم بذریعہ تجزی معلوم کرنے کے لیے ہم دی گئی رقموں کی تجزی کرتے ہیں اور پھران رقموں کے مشترک اجزو ضربی لینے سے ہمارے پاس عاداعظم حاصل ہوتا ہے۔

26- الجبری کسور سے کیا مراد ہے؟

جواب: اگر A اور B دو کثیر رقمیاں ہوں تو A/B الجبری کسور کہلاتی ہے جبکہ $B \neq 0$ ہو۔

27- $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{ab}$ **کا جذرالمربع کیا ہوگا؟**

جواب: $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{2}{ab}$ کا جذرالمربع $\pm\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ ہے۔

28- $x^2 + x - 6$ **کی تجزی کریں۔**

جواب:

$$\begin{aligned} & x^2 + x - 6 \\ = \; & x^2 + 3x - 2x - 6 \\ = \; & x(x + 3) - 2(x + 3) \\ = \; & (x - 2)(x + 3) \end{aligned}$$

$x^2 + x - 6$ کی تجزی $(x - 2)(x + 3)$ ہے۔

29- $a^3 + b^3$ **اور** $a^2 - ab^2 + b$ **کا عاداعظم معلوم کریں۔**

جواب:

$$a^2 - ab + b^2 = a^2 - ab + b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

عاداعظم $= a^2 - ab + b^2$

30- $x^2 - 5x + 6$ **اور** $x^2 - x - 6$ **کا عاداعظم معلوم کریں۔**

جواب:

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 6 &= x^2 - 3x - 2x + 6 \\ &= x(x-3) - 2(x - 3) \\ &= (x - 3)(x - 2) \\ x^2 - x - 6 &= x^2 - 3x + 2x - 6 \\ &= x(x - 3) + 2(x - 3) \\ &= (x - 3)(x + 2) \end{aligned}$$

عاداعظم $= x - 3$

31- مختصر کریں۔ $\frac{a^3 - b^3}{a^4 - b^4} \div \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 + b^2}$

جواب:

$$\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a^2)^2-(b^2)^2} \div \frac{a^2+ab+b^2}{a^2+b^2}$$

$$= \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a^2+b^2)(a^2-b^2)} \times \frac{a^2+b^2}{a^2+ab^2+b^2} = \frac{a-b}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a+b}$$

****